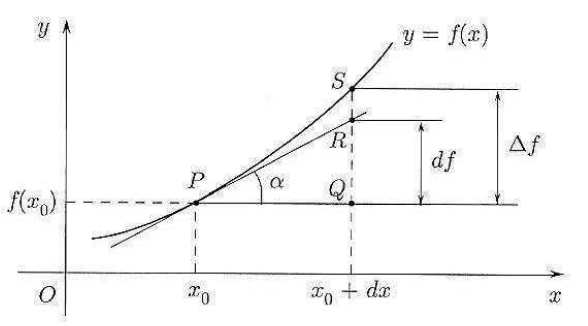
Approssimazione lineare

La **linearizzazione** è un operazione essenziale in matematica, consiste **nell’approssimare** una quantità, che dipende da una o più variabili in modo non lineare (quindi non intercorra una proporzione diretta, si riveda il concetto di *linearità*), fornendo informazioni sull’errore commesso.  
Parliamo di linearizzazione quando vogliamo approssimare l’incremento subito da una data funzione (quanto e come cresce sul grafico) in conseguenza di una **variazione** del suo argomento, prendendo l’argomento sommiamo ad esso , che sarebbe la suddetta variazione (il quale valore assoluto deve essere sempre molto piccolo, cioè ), e sostituiamo alla funzione , la sua **retta tangente nel punto** .

Quindi per una funzione derivabile in , se diamo ad un incremento , subisce un incremento

Tale incremento non è proporzionale a , quindi non è lineare rispetto a .

Sostituiamo poi al grafico di , quello della sua retta tangente nel punto P=, e calcoliamo l’incremento per essa, che è uguale all’angolo della tangente moltiplicato all’incremento, cioè , che sarebbe , dato che l’angolo della tangente è uguale alla derivata della funzione nel punto , Tale incremento è uguale al segmento QR in questo grafico.

Questo incremento, che è proporzionale a , viene chiamato **differenziale di**  nel punto , e si indica con il simbolo .

L’ o piccolo

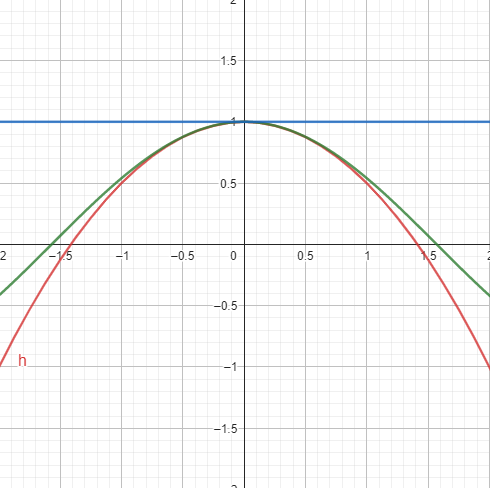
Vediamo due funzioni e , definite in un intorno , possiamo dire che :

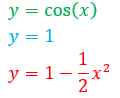
Tale scrittura si legge è **o piccolo** di se , vale se è continua e derivabile in , e sta ad indicare il fatto che è un **infinitesimo** di ordine superiore rispetto a , tende quindi più velocemente a 0, in quanto il simbolo o(1) denota una quantità infinitesima.  
Vediamo un esempio, per , possiamo dire che , dato che tendono entrambi a 0, ma è più “rapido” a raggiungere tale valore. Si ricordi quindi :

Il polinomio di Taylor

Data una funzione che è derivabile -volte in o in un intorno di , considerando che le derivate siano continue, qual è il **polinomio che approssima** meglio vicino ? Si intende quel polinomio, che nel punto fissato, approssima la funzione meglio della sua retta tangente.

Vediamo un esempio, si prenda la funzione , nel punto 0, la sua retta tangente equivale ad , ma esiste una parabola che approssima meglio della sua retta tangente.





Difatti, lo scarto tra la funzione e questo polinomio di secondo grado è , tende a 0 più rapidamente di .

Data una funzione derivabile -volte in , esiste solo un polinomio di grado , chiamato con tale proprietà :

Questo polinomio, è detto **polinomio di MacLaurin** di di grado , e vale :